

ОТВЕТЫ

Каждое из заданий 1–12 считается выполненным верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 1 баллом.

Вариант 1

№ задания	Ответ
1	4,8
2	112
3	525
4	0,28
5	0,29
6	7,5
7	512
8	–7
9	350
10	23
11	9,5
12	–6
13	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ $\frac{2\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{5\pi}{2}; \frac{8\pi}{3}; \frac{7\pi}{2}$
14	б) $\frac{3\sqrt{37}}{2}$
15	$[0; 4)$
16	429 тыс. рублей
17	б) $6\sqrt{2}$
18	$-12 < a \leq -10; a = -9; a = 15$
19	а) да; б) нет; в) 25

Вариант 2

№ задания	Ответ
1	6
2	–60
3	3,6
4	0,35
5	0,38
6	124,2
7	0,2
8	–13
9	200
10	12
11	–15,5
12	16
13	а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$ б) $-2\pi; -\frac{4\pi}{3}; -\pi$
14	б) $\frac{9\sqrt{101}}{10}$
15	$[0; 16)$
16	380 тыс. рублей
17	б) $6\sqrt{6}$
18	$-25 < a \leq -21; a = -16; a = 24$
19	а) да; б) нет; в) 28

Вариант 3

№ задания	Ответ
1	18
2	-4,5
3	76
4	0,125
5	10,5
6	-1
7	0,04
8	6
9	4,5
10	24
11	2,25
12	-6
13	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{7\pi}{2}; -\frac{8\pi}{3}; -\frac{5\pi}{2}$
14	б) $\arcsin \frac{5}{24}$
15	$\left[-0,5; \frac{\sqrt{513}-5}{4}\right]$
16	897 тыс. рублей
17	б) 270
18	$a \in (-2; 0) \cup (0; 2)$
19	а) да (например, число 729); б) нет; в) 32

Вариант 4

№ задания	Ответ
1	39
2	6,5
3	37,5
4	0,1
5	1,75
6	-2
7	27,9
8	7
9	2,5
10	7
11	19
12	-5
13	а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ $\frac{\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$ б) $5\pi; \frac{35\pi}{6}; 6\pi$
14	б) $\arcsin \frac{\sqrt{5}}{5}$
15	$\left(-\infty; \frac{1-3\sqrt{217}}{4}\right] \cup \left[-\frac{28}{53}; -0,5\right) \cup$ $\cup \left(-0,5; -\frac{26}{55}\right]$
16	340 000 рублей
17	б) $166\frac{2}{3}$
18	$a \in (-3; 0) \cup (0; 3)$
19	а) да (например, число 144); б) да (например, число 960); в) 720, 840

Вариант 5

№ задания	Ответ
1	120
2	5
3	8,5
4	0,992
5	0,175
6	-0,5
7	4
8	7
9	2
10	12
11	125
12	-85
13	а) $-2,5; -1,5; -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$ б) $-2,5; -\frac{5\pi}{4}$
14	б) 441
15	$[4 - 8\sqrt{2}; 3,5] \cup [4,5; 4 + 8\sqrt{2}]$
16	3,4 млн рублей
17	б) 0,28
18	$-\frac{35}{12} < a \leq -0,25; 0,25 \leq a < \frac{35}{12}$
19	а) да (например, 27, 45 и 75); б) 18; в) 60

Вариант 6

№ задания	Ответ
1	6
2	13
3	84
4	0,0625
5	0,24
6	-3
7	0,4
8	-6
9	17,5
10	16
11	-3
12	12,25
13	а) $1,5; 6; \frac{\pi}{12} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{12} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$ б) $6; \frac{13\pi}{12}; \frac{17\pi}{12}$
14	б) 63
15	$(-\infty; -5 - 25\sqrt{5}] \cup [-5,2; -5) \cup$ $\cup (-5; -4,8] \cup [25\sqrt{5} - 5; +\infty)$
16	2,6 млн рублей
17	б) -0,296
18	$a \in \left[-1; \frac{10\sqrt{30} - 63}{51}\right) \cup \left(\frac{63 - 10\sqrt{30}}{51}; 1\right]$
19	а) да (например, 24, 36 и 54); б) 20; в) 30

Вариант 7

№ задания	Ответ
1	48
2	-21
3	16,5
4	0,85
5	0,355
6	507
7	-3
8	9
9	12 000
10	11
11	7,5
12	-2
13	а) $1; \log_{1,2} 2$; б) $1; \log_{1,2} 2$
14	б) 12,5
15	$\left(-\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right); \left(-\frac{1}{3}; 0\right); \left(0; \frac{1}{4}\right]$
16	13,5
17	б) $24\sqrt{2}$
18	$a = -2 - 2\sqrt{2}; \frac{2}{3} \leq a < 2$
19	а) да; б) нет; в) 67, 89, 100, 111, 122, 133

Вариант 8

№ задания	Ответ
1	96
2	15
3	3,5
4	0,15
5	0,35
6	-65 534
7	81
8	5
9	10 000
10	10
11	-0,4
12	0,5
13	а) $-1; \log_{1,25} 0,6$; б) $-1; \log_{1,25} 0,6$
14	б) 25
15	$\left(-2; -\frac{\sqrt{5}}{5}\right) \cup \left(-\frac{\sqrt{5}}{5}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{3}\right]$
16	10,5
17	б) 30
18	$-\frac{1}{5} \leq a < -\frac{1}{8}; a = \frac{3\sqrt{2}-1}{2}$
19	а) да; б) нет; в) 82, 89, 96, 103, 110, 117, 124, 131, 138, 152, 159, 166, 173

Вариант 9

№ задания	Ответ
1	7,5
2	-0,8
3	6
4	0,28
5	0,15
6	-0,5
7	25
8	9
9	87,5
10	42
11	2,12
12	-6
13	а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ $\frac{3\pi}{4} + 2\pi p, p \in \mathbb{Z}; \frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$ б) $-\frac{19\pi}{6}; -\frac{13\pi}{4}$
14	б) 4
15	$[1,5\log_5 5 - 2,5; 2,5 - 1,5\log_5 5]$
16	12
17	б) $2\sqrt{21}$
18	$a \in \left[-\frac{5}{31}; 3\right) \cup \{4\sqrt{2} - 1\}$
19	а) да (например, число 1236); б) 1512; в) 5889 ($k = 96$)

Вариант 10

№ задания	Ответ
1	48
2	-0,6
3	24
4	0,16
5	0,8125
6	-2
7	12
8	1
9	87,5
10	17
11	-7
12	3
13	а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$ $\frac{\pi}{6} + \pi m, m \in \mathbb{Z};$ б) $3\pi; \frac{19\pi}{6}; \frac{23\pi}{6}; 4\pi; \frac{25\pi}{6}$
14	б) 20
15	$\left[-\frac{9}{4} - \log_2 3; \frac{9}{4} + \log_2 3\right]$
16	975 000 рублей
17	б) $\sqrt{77}$
18	$-3\frac{3}{7} < a \leq -\frac{4}{3}; \frac{4}{3} \leq a < 3\frac{3}{7}$
19	а) да (например, число 2235); б) 3024; в) 9885 ($k = 96$)

Вариант 11

№ задания	Ответ
1	5,5
2	10
3	2048
4	0,06
5	0,89
6	-0,2
7	0,5
8	5
9	5,832
10	2
11	-4
12	-2910
13	а) $\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{8\pi}{3}; 3\pi; \frac{10\pi}{3}$
14	б) 24
15	$(-\infty; 1] \cup [\log_4 28; 2,5)$
16	400 тыс. рублей
17	б) 14,2
18	$(-4; -3) \cup (-3; -1) \cup (-1; 0)$
19	а) да; б) нет; в) 205

Вариант 12

№ задания	Ответ
1	7,5
2	17
3	4
4	0,12
5	0,91
6	-0,9
7	0,2
8	1
9	0,216
10	16
11	-8
12	12,25
13	а) $\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{19\pi}{6}; -3\pi$
14	б) 26
15	$(-\infty; \log_5 10) \cup [2; +\infty)$
16	210 тыс. рублей
17	б) 29,7
18	$(0; 0,8) \cup (0,8; 3,2) \cup (3,2; 4)$
19	а) да; б) нет; в) 195

Вариант 13

№ задания	Ответ
1	2,5
2	92
3	30
4	0,37
5	0,375
6	-2,5
7	4
8	2
9	51,2
10	14
11	32
12	204
13	а) $2,25; \log_4^2 24$; б) $2,25; \log_4^2 24$;
14	б) 180
15	$(-\sqrt{8}; -\sqrt{6}] \cup [\sqrt{6}; \sqrt{8})$
16	7,28 млн рублей
17	б) 32
18	$\left\{-\frac{7}{13}\right\} \cup \left[\frac{5}{6}; \frac{22}{5}\right)$
19	а) да; б) да; в) 2295

Вариант 14

№ задания	Ответ
1	1,5
2	16
3	12
4	0,24
5	0,125
6	0,375
7	125
8	8
9	281,25
10	18
11	-56
12	-10,9
13	а) $\log_5^2 10; \log_5^2 15$; б) $\log_5^2 10$
14	б) 40
15	$(-\sqrt{3}; -1,5] \cup [1,5; \sqrt{3})$
16	8 937 тыс. рублей
17	42,16
18	$(-\infty; -7] \cup [2; +\infty) \cup \left\{-\frac{11}{8}\right\}$
19	а) да; б) нет; в) 897

Вариант 15

№ задания	Ответ
1	99,5
2	-1,5
3	12
4	0,004 <или> -0,004
5	0,9409
6	-0,5
7	2
8	-19
9	60
10	17
11	16
12	-52
13	а) $\frac{\pi}{5}n, n \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{13\pi}{5}; \frac{14\pi}{5}; 3\pi; \frac{16\pi}{5}; \frac{17\pi}{5}$
14	б) $(2\sqrt{3} - 3,25)\pi$
15	$(1,5; \log_2 3) \cup \left[1\frac{5}{6}; 4,5\right]$
16	8,4 млн рублей
17	б) 9,1
18	$\{1\} \cup \left(\frac{4}{3}; 3\right)$
19	а) нет; б) нет; в) 27

Вариант 16

№ задания	Ответ
1	55
2	-5
3	18
4	0,006 <или> -0,006
5	0,8464
6	-5,5
7	3
8	-4
9	30
10	24
11	-1
12	-6
13	а) $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}n, n \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{3\pi}{2}; -\frac{7\pi}{6}; -\frac{5\pi}{6}$
14	б) $\frac{7\sqrt{3} - \sqrt{39}}{6}$
15	$(-1,5; -1,25) \cup (2,5; \log_3 16]$
16	5,65 млн рублей
17	б) $\frac{25\sqrt{1073}}{7}$
18	$\left(-\frac{7}{3}; -2\right)$
19	а) нет; б) нет; в) 20, 21, 22, 23, 24

Вариант 17

№ задания	Ответ
1	0,2
2	17
3	10
4	0,2
5	0,56
6	-0,4
7	-1
8	9
9	0,6
10	55
11	6
12	0,5
13	а) 0,25; $\sqrt[3]{8}$; б) 0,25
14	б) 3
15	$\{-4\} \cup (\log_4 12; +\infty)$
16	8 млн рублей
17	б) $6\sqrt{2}$
18	$\left[\sqrt{2}; \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{13}}\right)$
19	а) да, б) нет, в) 79

Вариант 18

№ задания	Ответ
1	0,4
2	25
3	5
4	0,125
5	0,46
6	-7
7	-1
8	7
9	1,8
10	35
11	0,25
12	17
13	а) 0,5; $\frac{\sqrt[3]{2}}{4}$; б) 0,5
14	б) $6\sqrt{3}$
15	$\{2\} \cup [\log_3 12; +\infty)$
16	13 млн рублей
17	б) $\frac{\sqrt{6}}{2}$
18	$\left(\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{13}}; \frac{4\sqrt{6}}{5}\right)$
19	а) да, б) нет, в) 73

Вариант 19

№ задания	Ответ
1	3
2	2
3	15 625
4	0,01
5	0,28
6	-12
7	144
8	-1
9	756
10	20
11	-3
12	9
13	а) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$ $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{13\pi}{4}; \frac{15\pi}{4}; \frac{25\pi}{6}; \frac{17\pi}{4}$
14	б) $\arctg(\sqrt{6} + 2\sqrt{3})$
15	$(-\infty; -1)$
16	7 млн рублей
17	б) $\frac{2\sqrt{69}}{3}$
18	$\{-5\} \cup \left[-\frac{50}{23}; -\frac{45}{23}\right) \cup \left(\frac{11}{3}; \frac{13}{3}\right)$
19	а) да; б) нет; в) 176

Вариант 20

№ задания	Ответ
1	0,6
2	-2
3	150
4	0,28
5	0,17
6	-2,6
7	625
8	-18
9	220,5
10	9
11	253
12	-23,25
13	а) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z}; -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$ $\frac{2\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{9\pi}{4}; -\frac{7\pi}{4}; -\frac{4\pi}{3}; -\frac{5\pi}{4}$
14	б) $\arctg(2\sqrt{6} + 2\sqrt{3})$
15	$(-\infty; -2)$
16	4 млн рублей
17	б) $\frac{5\sqrt{22}}{4}$
18	$\{4\} \cup \left[\frac{16}{3}; \frac{50}{9}\right) \cup \left(\frac{58}{7}; 9\right)$
19	а) нет; б) нет; в) 1933

Вариант 21

№ задания	Ответ
1	-0,7
2	66
3	72
4	0,25
5	0,043
6	-0,2
7	-5
8	-1
9	50
10	17,5
11	78
12	6,75
13	а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ $\frac{5\pi}{6} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$ $-\frac{\pi}{6} + 2\pi p, p \in \mathbb{Z}; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi l,$ $l \in \mathbb{Z}.$ б) $-\frac{19\pi}{6}; -3\pi; -\frac{17\pi}{6}$
14	б) $80\sqrt{3}$
15	$(-\infty; 0] \cup [2; 3]$
16	600 тыс. рублей
17	б) $\frac{8\sqrt{5}}{3}$
18	$\{-5\} \cup (-1; 0)$
19	а) да; б) нет; в) 97

Вариант 22

№ задания	Ответ
1	0,75
2	-55
3	24
4	0,55
5	0,02
6	-1,5
7	-4
8	4
9	40
10	13,5
11	-23
12	6,25
13	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}n, n \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{9\pi}{2}; \frac{19\pi}{4}; \frac{21\pi}{4}; \frac{11\pi}{2}$
14	б) 150
15	$(-\infty; 0) \cup (\log_5 3; 1)$
16	750 тыс. рублей
17	$\frac{25\sqrt{39}}{64}$
18	$(-\infty; -2) \cup \left(-2; -\frac{2}{3}\right] \cup (0; +\infty)$
19	а) да; б) нет; в) 85

Вариант 23

№ задания	Ответ
1	8
2	2,9
3	48
4	0,4
5	0,6
6	-9
7	0,5
8	4
9	33
10	9
11	-0,5
12	77
13	а) -2; -1; б) -1
14	б) $5\sqrt{3}$
15	(1; 3]
16	37
17	б) $\frac{120}{13}$
18	$[4\sqrt{3}; 12]$
19	а) да; б) нет; в) $\frac{23}{20}$

Вариант 24

№ задания	Ответ
1	14
2	3,7
3	40,5
4	0,28
5	0,78
6	-2
7	0,04
8	39
9	23
10	24
11	0,4
12	37
13	а) $1; \log_{2,5} 4$; б) $1; \log_{2,5} 4$
14	б) $1\frac{11}{13}$
15	$[-3; -1)$
16	3
17	б) 4
18	$(0; 0,4] \cup [2\sqrt[3]{5}; +\infty)$
19	а) да; б) нет; в) $11\frac{5}{6}$

Вариант 25

№ задания	Ответ
1	11,55
2	4,5
3	432
4	0,014
5	0,06
6	-9
7	0,25
8	2
9	0,32
10	3
11	2,5
12	208
13	а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$ б) $-3\pi; -\frac{11\pi}{4}; -2\pi$
14	б) $\arccos \frac{2\sqrt{210}}{35}$
15	$(-1; 0)$
16	16
17	б) 6
18	$[1 - 1,5\sqrt[3]{4}; 0]$
19	а) да; б) нет; в) 26

Вариант 26

№ задания	Ответ
1	12
2	-108
3	192
4	0,29
5	0,02
6	-8
7	0,125
8	4
9	1,16
10	1
11	-15
12	5
13	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{3\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{7\pi}{2}; \frac{15\pi}{4}; \frac{9\pi}{2}$
14	б) $\arccos \frac{2\sqrt{210}}{35}$
15	$(-\infty; -0,5)$
16	19
17	б) 8
18	$[-1; 1,5\sqrt[3]{4} - 2]$
19	а) да; б) нет; в) 80

Вариант 27

№ задания	Ответ
1	10
2	2
3	80
4	0,08
5	0,2
6	-2,5
7	216
8	-2
9	175
10	18
11	16
12	-24
13	а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ $-\frac{\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$ б) $-3\pi; -\frac{7\pi}{3}; -2\pi$
14	б) 45°
15	$(-\infty; -\sqrt[4]{8}] \cup [-0,5; 0) \cup$ $\cup (0; 0,5] \cup [\sqrt[4]{8}; +\infty)$
16	29
17	б) $\frac{5}{3}$
18	$\frac{1}{2}; 2$
19	а) нет; б) да; в) 306

Вариант 28

№ задания	Ответ
1	35
2	-4
3	10
4	0,2
5	0,24
6	-0,2
7	3,5
8	28
9	43,75
10	21
11	9,5
12	-15
13	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ $\frac{2\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$ б) $-\frac{11\pi}{3}; -\frac{7\pi}{2}; -\frac{10\pi}{3}$
14	б) $\arctg 0,5$
15	$[-\sqrt[4]{5}; -0,04] \cup [0,04; \sqrt[4]{5}]$
16	24
17	б) 2,4
18	1; 9
19	а) нет; б) да; в) 552

Вариант 29

№ задания	Ответ
1	2,5
2	31
3	7,28
4	0,25
5	0,22
6	-1,5
7	1
8	0,2
9	115
10	135
11	2
12	-34
13	а) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; $3\sqrt{3}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
14	б) $0,3\sqrt{30}$
15	$(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$
16	1300 тыс. рублей
17	б) 71°
18	$\left(-\frac{15}{7}; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{8}{7}; \frac{15}{7}\right)$
19	а) нет; б) нет; в) $11\frac{2}{11}$

Вариант 30

№ задания	Ответ
1	6
2	33
3	7,68
4	0,75
5	0,27
6	-4,5
7	10
8	-0,25
9	220
10	52
11	27
12	0
13	а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $4\sqrt{2}$; б) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
14	б) $\arctg 2$
15	$[-5; 0) \cup (0; 2,5]$
16	2541 тыс. рублей
17	б) $3\frac{1}{3}$
18	$\left(-\frac{6}{7}; 0\right] \cup \left(\frac{3}{2}; \frac{24}{7}\right) \cup \left\{\frac{9}{7}\right\}$
19	а) 42; б) положительных; в) 24

Вариант 31

№ задания	Ответ
1	113
2	-0,96
3	60
4	0,2
5	0,973
6	5,5
7	324
8	2
9	6250
10	14
11	15
12	7
13	а) $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{7\pi}{2}; \frac{15\pi}{4}; \frac{9\pi}{2}$
14	б) $\frac{9\sqrt{5}}{4}$
15	$(-\infty; -2\sqrt{3}] \cup [1; 1,5)$
16	500 тыс. рублей
17	б) 4,8
18	$(-\infty; -2) \cup (-2; -0,5) \cup (0,5; 2) \cup$ $\cup (2; +\infty) \cup \{0\}$
19	а) да; б) нет; в) $\frac{232}{21}$

Вариант 32

№ задания	Ответ
1	0,75
2	-0,28
3	45
4	0,3
5	0,9744
6	11
7	-7,5
8	7
9	1,3
10	5
11	3,4
12	1,2
13	а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ $-\frac{3\pi}{4} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{7\pi}{4}; 2\pi; 3\pi$
14	б) $\arccos \frac{14}{55}$
15	$(-\infty; -4] \cup [-\sqrt{10}; -3)$
16	20
17	б) 7,5
18	[1; 9)
19	а) да; б) нет; в) 10

Вариант 33

№ задания	Ответ
1	62
2	26
3	25
4	0,25
5	0,3
6	-2
7	80
8	6
9	60
10	75
11	28
12	18
13	а) $-1-\sqrt{2}$; $-1-\sqrt{3}$; б) $-1-\sqrt{2}$
14	б) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$
15	$(-\infty; -1) \cup \{0\} \cup (0,5; +\infty)$
16	35 700 рублей
17	б) $\frac{5\sqrt{26}}{6}$
18	$\left(-\frac{9}{16}; -0,5\right) \cup (-0,5; 0) \cup (0; 2) \cup$ $\cup (2; +\infty)$
19	а) 7; б) 15; в) 14

Вариант 34

№ задания	Ответ
1	78
2	15
3	20
4	0,2
5	0,82
6	0
7	28
8	6
9	30
10	10
11	-28
12	-2
13	а) $-2-\sqrt{6}$, $-2+\sqrt{6}$, $\frac{1}{2}-\frac{\log_2 3}{6}$; б) $-2+\sqrt{6}$, $\frac{1}{2}-\frac{\log_2 3}{6}$
14	б) $\frac{30\sqrt{17}}{7}$
15	$[-6; -\sqrt{26},1] \cup [-\sqrt{25},9; -4] \cup$ $\cup [4; \sqrt{25},9] \cup [\sqrt{26},1; 6]$
16	53 820 рублей
17	б) $\frac{6\sqrt{13}}{5}$
18	$\left(-\frac{25}{16}; -1,5\right) \cup (-1,5; 0) \cup$ $\cup \left(0; 3\frac{1}{6}\right) \cup \left(3\frac{1}{6}; +\infty\right)$
19	а) 12; б) 15; в) 6

Вариант 35

№ задания	Ответ
1	37
2	4
3	135
4	0,18
5	3
6	0,8
7	0,4
8	-0,2
9	6
10	35
11	-0,4
12	14
13	а) $\pi + 2\pi k, -\frac{\pi}{3} + 4\pi k, -\frac{5\pi}{3} + 4\pi k$, где $k \in \mathbb{Z}$; б) $-\pi; -\frac{\pi}{3}; \pi$
14	б) 36
15	$\{-1\} \cup [\sqrt[4]{2} - 2; +\infty)$
16	1 080 000 рублей
17	б) $\frac{378 - 84\sqrt{3}}{23}$
18	$\{6 + 2\sqrt{57}\} \cup \left(21\frac{1}{3}; +\infty\right)$
19	а) нет; б) 21; в) 82

Вариант 36

№ задания	Ответ
1	53
2	0,75
3	72
4	0,38
5	5
6	-4
7	-0,3
8	-0,75
9	96
10	28
11	-13
12	1
13	а) $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k, \frac{\pi}{3} + 2\pi k$, где $k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{7\pi}{3}; -\frac{5\pi}{3}; -\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}$
14	б) 189
15	$(-0,5; 0,5) \cup (0,5; 624,5)$
16	1 706 400 рублей
17	б) $91(5\sqrt{2} - 7)$
18	$\left(2\sqrt{11} - 2; 5\frac{5}{6}\right) \cup \{2 + 2\sqrt{11}\}$
19	а) нет; б) 36; в) 182

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЙ ЧАСТИ 2

Количество баллов, выставаемых за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

Вариант 1

13 а) Решите уравнение $\sin x \cdot \cos 2x - \sqrt{3} \cos^2 x + \sin x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2\sin x \cdot \cos^2 x - \sin x - \sqrt{3} \cos^2 x + \sin x = 0; \quad 2\sin x \cdot \cos^2 x - \sqrt{3} \cos^2 x = 0;$$
$$\cos^2 x \cdot (2\sin x - \sqrt{3}) = 0.$$

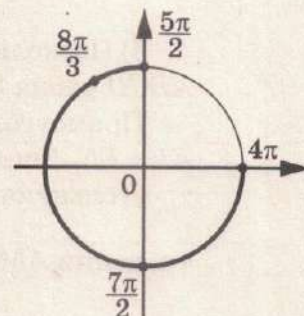
Значит, $\cos x = 0$, откуда $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, или $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, откуда $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, или $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

Получаем числа: $\frac{5\pi}{2}; \frac{8\pi}{3}; \frac{7\pi}{2}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $\frac{2\pi}{3} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$;

б) $\frac{5\pi}{2}; \frac{8\pi}{3}; \frac{7\pi}{2}$.



Замечание. Отбор корней может быть обоснован и любым другим способом: с помощью графика, решением линейных неравенств и т. п.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

- 14** В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ лежит параллелограмм $ABCD$. На рёбрах $A_1 B_1$, $B_1 C_1$ и BC отмечены точки M , K и N соответственно, причём $B_1 K : KC_1 = 1 : 3$. Четырёхугольник $AMKN$ — равнобедренная трапеция с основаниями 2 и 4.

- а) Докажите, что точка N — середина ребра BC .
 б) Найдите площадь трапеции $AMKN$, если объём призмы равен 24, а высота призмы равна 3.

Решение.

а) Пусть отрезки MF и KE — высоты призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ (см. рисунок). Тогда отрезок FE параллелен и равен отрезку MK , а значит, параллелен отрезку AN и равен $\frac{1}{2} AN$. Следовательно, треугольники FBE и ABN подобны с коэффициентом $\frac{1}{2}$.

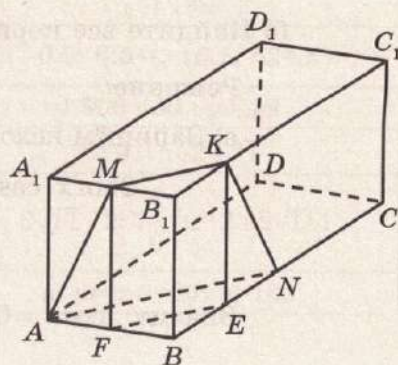
$$\text{Значит, } BN = 2BE = 2B_1K = \frac{1}{2} B_1C_1 = \frac{1}{2} BC.$$

Следовательно, точка N — середина BC .

б) Поскольку объём призмы равен 24, а её высота равна 3, площадь параллелограмма $ABCD$ равна 8.

Прямоугольные треугольники AFM и NEK равны по катету и гипотенузе, значит, $AF = EN$. Тогда треугольник ABN равнобедренный с основанием $AN = 4$. Площадь этого треугольника равна 2. Значит, его высота h , проведённая из вершины B , равна 1, а высота трапеции $AMKN$ равна $\sqrt{BB_1^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{37}}{2}$. Средняя линия трапеции равна 3, а значит, её площадь равна $\frac{3\sqrt{37}}{2}$.

Ответ: б) $\frac{3\sqrt{37}}{2}$.



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i>	3
Получен обоснованный ответ в пункте <i>b</i> ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , и при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , ИЛИ при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

15 Решите неравенство $2^{-2\sqrt{x}} + 32 \cdot 10^{2-\sqrt{x}} > 2^{9-2\sqrt{x}} + 625 \cdot 10^{-2-\sqrt{x}}$.

Решение.

Запишем неравенство в виде:

$$10^{-2-\sqrt{x}} (32 \cdot 10^4 - 625) > 2^{-2\sqrt{x}} (2^9 - 1);$$

$$10^{-2-\sqrt{x}} \cdot 625 (2^9 - 1) > 2^{-2\sqrt{x}} (2^9 - 1)$$

$$10^{-\sqrt{x}} \cdot 6,25 > 4^{-\sqrt{x}}; \left(\frac{10}{4}\right)^{-\sqrt{x}} > \frac{4}{25}; \left(\frac{5}{2}\right)^{-\sqrt{x}} > \left(\frac{5}{2}\right)^{-2},$$

откуда $-\sqrt{x} > -2$. Значит, $0 \leq x < 4$.

Ответ: $[0; 4)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного включением точки 4 ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

- 16** В июле 2027 года планируется взять кредит на десять лет в размере 1500 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг будет возрастать на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
 - в июле 2028, 2029, 2030, 2031 и 2032 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
 - в июле 2033, 2034, 2035, 2036 и 2037 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
 - к июлю 2037 года долг должен быть выплачен полностью.
- Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 2400 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж в 2029 году?

Решение.

Пусть долг в июле 2032 года составит B тыс. рублей.

По условию долг (в тыс. рублей) по состоянию на июль должен уменьшаться следующим образом:

$$1500; 1200 + 0,2B; 900 + 0,4B; 600 + 0,6B; 300 + 0,8B; \\ B; 0,8B; 0,6B; 0,4B; 0,2B; 0.$$

В январе каждого года долг возрастает на 15 %, значит, последовательность размеров долга (в тыс. рублей) по состоянию на январь такова:

$$1725; 1380 + 0,23B; 1035 + 0,46B; 690 + 0,69B; 345 + 0,92B; \\ 1,15B; 0,92B; 0,69B; 0,46B; 0,23B.$$

Следовательно, платежи (в тыс. рублей) должны быть следующими:

$$525 - 0,2B; 480 - 0,17B; 435 - 0,14B; 390 - 0,11B; 345 - 0,08B; \\ 0,35B; 0,32B; 0,29B; 0,26B; 0,23B.$$

Значит, сумма всех платежей (в тыс. рублей) будет составлять:

$$2175 - 0,7B + 1,45B = 2175 + 0,75B.$$

Получаем: $2175 + 0,75B = 2400$, откуда $B = 300$. Платёж в 2029 году (второй) должен быть равен $(480 - 0,17B)$ тыс. рублей.

Следовательно, платёж в 2029 году составит 429 тыс. рублей.

Ответ: 429 тыс. рублей.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

- 17** Прямая, перпендикулярная стороне BC ромба $ABCD$ пересекает его диагональ AC в точке M , а диагональ BD в точке N , причём $AM : MC = 1 : 2$, $BN : ND = 1 : 3$.
- Докажите, что прямая MN делит сторону ромба BC в отношении $1 : 4$.
 - Найдите сторону ромба, если $MN = \sqrt{12}$.

Решение.

а) Пусть отрезки BK_1 , N_1M_1 , L_1D — высоты ромба, причём N_1M_1 проходит через точки M и N . Тогда $BN_1 : N_1L_1 = BN : ND = 1 : 3$. Диагонали BD и AC пересекаются в точке O .

Пусть высоты BK_1 и L_1D пересекают диагональ AC в точках K и L соответственно. Поскольку $BN = NO$ и прямые BK и NM параллельны, получаем: $KM = MO = \frac{1}{6}AC$, а значит, $AK = KM$. Таким образом, $AK_1 = K_1M_1 = BN_1$, но $AK_1 = L_1C$, поэтому $BN_1 = L_1C$.

Следовательно, $BN_1 : N_1C = BN_1 : (N_1L_1 + L_1C) = 1 : 4$.

б) Пусть $NN_1 = x$, $MM_1 = y$. Тогда $BK = 2NM = 2\sqrt{12}$, $KK_1 = \frac{1}{2}MM_1 = \frac{y}{2}$, $DL_1 = 4NN_1 = 4x$.

Поскольку $BK_1 = N_1M_1 = L_1D$, получаем:

$$2\sqrt{12} + \frac{y}{2} = x + \sqrt{12} + y = 4x,$$

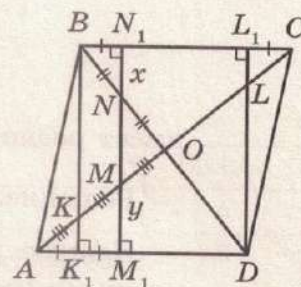
$$\text{откуда находим } x = \frac{3\sqrt{12}}{5}, y = \frac{4\sqrt{12}}{5}; DL_1 = \frac{12\sqrt{12}}{5}.$$

В прямоугольном треугольнике ABK_1 имеем: $AK_1 = \frac{1}{5}AD = \frac{1}{5}AB$. По теореме Пифагора

$$BK_1 = \sqrt{AB^2 - AK_1^2} = \sqrt{AB^2 - \frac{1}{25}AB^2} = \frac{2\sqrt{6}}{5} \cdot AB = \frac{12\sqrt{12}}{5},$$

откуда $AB = 6\sqrt{2}$.

Ответ: б) $6\sqrt{2}$.



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (xy - 3x + 9) \cdot \sqrt{y - 3x + 9} = 0, \\ y = 4x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Решение.

Каждое решение уравнения $(xy - 3x + 9) \cdot \sqrt{y - 3x + 9} = 0$ либо является решением уравнения $y - 3x + 9 = 0$, откуда $y = 3x - 9$, либо является решением системы:

$$\begin{cases} xy - 3x + 9 = 0, \\ y - 3x + 9 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} y = \frac{3x - 9}{x}, \\ y - 3x + 9 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} y = \frac{3x - 9}{x}, \\ \frac{3x - 9}{x} - 3x + 9 \geq 0; \end{cases} \begin{cases} y = \frac{3x - 9}{x}, \\ (3x - 9) \cdot \frac{1 - x}{x} \geq 0, \end{cases}$$

откуда $y = \frac{3x - 9}{x}$ при условии $x < 0$ или $1 \leq x \leq 3$.

Для каждого из этих случаев подставим $y = 4x + a$ и найдём количество корней получившегося уравнения в зависимости от a .

Первый случай: $4x + a = 3x - 9$, откуда $x = -a - 9$.

Второй случай: $4x + a = \frac{3x - 9}{x}$ при условии $x < 0$; $1 \leq x \leq 3$. Получаем квадратное уравнение $4x^2 + (a - 3)x + 9 = 0$. Дискриминант этого уравнения равен $(a - 3)^2 - 144 = (a - 15)(a + 9)$. Значит, уравнение $4x^2 + (a - 3)x + 9 = 0$ имеет два корня при $a < -9$ и при $a > 15$, имеет единственный корень $x = \frac{3 - a}{8}$ при $a = -9$ и при $a = 15$ и не имеет корней при $-9 < a < 15$.

При $a = -9$ корень $x = 1,5$ удовлетворяет условию $1 \leq x \leq 3$, при $a = 15$ корень $x = -1,5$ удовлетворяет условию $x < 0$.

При $a > 15$ все коэффициенты уравнения $4x^2 + (a - 3)x + 9 = 0$ положительны, а значит, его корни отрицательны, то есть удовлетворяют условию $x < 0$.

При $a < -9$ корни уравнения $4x^2 + (a - 3)x + 9 = 0$ положительны. Найдём, при каких условиях они удовлетворяют неравенству $1 \leq x \leq 3$. Функция $f(x) = 4x^2 + (a - 3)x + 9$ принимает наименьшее значение при $x = \frac{3 - a}{8}$, и значение $f\left(\frac{3 - a}{8}\right) = \frac{(9 + a)(15 - a)}{16}$ отрицательно. Следовательно, больший корень уравнения $f(x) = 0$ удовлетворяет условию $1 \leq x \leq 3$ тогда и только тогда, когда $\frac{3 - a}{8} < 3$ и $f(3) \geq 0$; $3a + 36 \geq 0$, откуда $a \geq -12$.

Меньший корень уравнения $f(x) = 0$ удовлетворяет условию $x \geq 1$ тогда и только тогда, когда $f(1) \geq 0$; $a + 10 \geq 0$, откуда $a \geq -10$. В этом случае $\frac{3 - a}{8} < 3$, а значит, этот корень удовлетворяет условию $x \leq 3$.

Число $-a - 9$ является корнем квадратного уравнения $f(x) = 0$ при $4(a + 9)^2 - (a - 3)(a + 9) + 9 = 0$, откуда:

$$3a^2 + 66a + 360 = 0; (a + 10)(a + 12) = 0,$$

то есть при $a = -10$ и при $a = -12$.

Таким образом, исходная система уравнений имеет ровно два различных решения при $-12 < a \leq -10$; $a = -9$, $a = 15$.

Ответ: $-12 < a \leq -10$; $a = -9$, $a = 15$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого только включением/исключением точек $a = -12$ и/или $a = -10$	3
С помощью верного рассуждения получен промежуток $(-12; -10)$ множества значений a , возможно, с включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения гиперболы и прямых (аналитически или графически)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

19 В классе больше 10, но не больше 28 учащихся, а доля девочек не превышает 22 %.

- Может ли в этом классе быть 4 девочки?
- Может ли доля девочек составить 30 %, если в этот класс придёт новая девочка?
- В этот класс пришла новая девочка. Доля девочек в классе составила целое число процентов. Какое наибольшее число процентов может составить доля девочек в классе?

Решение.

а) Если в классе 20 учащихся, среди которых 4 девочки, то их доля составляет 20 %, что не превышает 22 %.

б) Если доля девочек в классе составила 30 %, то количество учащихся в нём делится на 10. Следовательно, после появления новой девочки в классе стало 20 учащихся, среди которых 6 девочек. Значит, до появления новой девочки в классе было 19 учащихся, среди которых было 5 девочек. В этом случае доля девочек превышает 22 %. Следовательно, доля девочек не может составить 30 %.

в) Пусть в классе было b учащихся, среди которых a девочек. Тогда, по условию, выполнены неравенства $10 < b \leq 28$ и $\frac{a}{b} \leq 0,22$. Следовательно,

$$\frac{a+1}{b+1} < \frac{a+1}{b} = \frac{a}{b} + \frac{1}{b} < \frac{a}{b} + 0,1 \leq 0,32,$$

а значит, после появления новой девочки в классе доля девочек будет меньше 32 %. В пункте б было доказано, что эта доля не может составить 30 %.

После появления новой девочки в классе доля девочек в процентах составляет $\frac{100(a+1)}{b+1}$. Предположим, что это число целое. Если оно не делится на 4 и не делится

на 5, то число $b+1$ должно делиться на 50. Это невозможно, поскольку $b+1 \leq 29$. Будем последовательно рассматривать числа, меньшие 30, делящиеся на 4 или на 5.

Если $\frac{100(a+1)}{b+1} = 28$, то $25(a+1) = 7(b+1)$. Учитывая, что $b+1 \leq 29$, получаем: $b = 24$ и $a = 6$. В этом случае $\frac{a}{b} = 0,25 > 0,22$.

Если $\frac{100(a+1)}{b+1} = 25$, то $4(a+1) = b+1$. Для чисел $a = 3$ и $b = 15$ это равенство верно, $10 < b \leq 26$ и $\frac{a}{b} = \frac{3}{15} = 0,2 \leq 0,22$.

Таким образом, после появления новой девочки в классе наибольшая целая доля девочек в процентах составляет 25.

Ответ: а) да; б) нет; в) 25.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а, б и в	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в и обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Вариант 7

13 а) Решите уравнение $6^{2x-1} + 2 \cdot 25^{x-0,5} = 16 \cdot 30^{x-1}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[0,5; 4]$.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$\frac{6^{2x}}{6} + \frac{2 \cdot 5^{2x}}{5} - \frac{16 \cdot 30^x}{30} = 0; \quad 5 \cdot 6^{2x} - 16 \cdot 30^x + 12 \cdot 5^{2x} = 0;$$

$$5 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^{2x} - 16 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^x + 12 = 0; \quad \left(\left(\frac{6}{5}\right)^x - 1,2\right) \left(\left(\frac{6}{5}\right)^x - 2\right) = 0.$$

Значит, $\left(\frac{6}{5}\right)^x = \frac{6}{5}$, откуда $x = 1$, или $\left(\frac{6}{5}\right)^x = 2$, откуда $x = \log_{1,2} 2$.

б) Для $x = 1$ условие $0,5 < x \leq 4$ выполнено.

Для $x = \log_{1,2} 2$ получаем:

$\log_{1,2} 2 > \log_{1,2} 1,2 = 1$ и $4 = \log_{1,2} 1,2^4 = \log_{1,2} 2,0736 > \log_{1,2} 2$, откуда $\log_{1,2} 2 < 4$.

Значит, для $x = \log_{1,2} 2$ условие $0,5 < x \leq 4$ также выполнено.

Ответ: а) 1; $\log_{1,2} 2$;

б) 1; $\log_{1,2} 2$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>a</i> ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта <i>a</i> и пункта <i>b</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	2

14

Основанием четырёхугольной пирамиды $SABCD$ является квадрат $ABCD$, ребро SA перпендикулярно плоскости основания. Через середины рёбер BC и CD параллельно прямой SC проведена плоскость α .

- а) Докажите, что точка пересечения плоскости α с ребром AS делит это ребро в отношении $1 : 3$, считая от вершины S .
 б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью α , если $AB = 4$, $AS = 3\sqrt{2}$.

Решение.

а) Обозначим середины рёбер BC и CD соответственно точками K и N , а пересечение прямых AC и KN точкой P . Точка P лежит на прямой KN , поэтому она принадлежит плоскости α . Плоскости ACS и α пересекаются по прямой p , проходящей через точку P и параллельной прямой CS . Точка F — пересечение прямых AS и p .

KN — средняя линия треугольника BCD , значит, $CP : AP = 1 : 3$, откуда по теореме Фалеса $SF : AF = 1 : 3$.

б) Обозначим середины отрезков SD и SB соответственно точками E и M . Плоскость α проходит через точки K и N и параллельна прямой SC , а значит, проходит через точки E и M . Пятиугольник $FENKM$ — искомое сечение.

В четырёхугольнике $ENKM$ отрезки EN и KM параллельны и равны, значит, он является параллелограммом.

Прямая KN перпендикулярна прямым AC и AS , значит она перпендикулярна плоскости ACS , откуда прямая KN перпендикулярна прямой CS , а значит, и перпендикулярна прямой EN . Получили, что четырёхугольник $ENKM$ — прямоугольник.

Поскольку E и M — середины гипотенуз SD и SB соответственно равных прямоугольных треугольников ASD и ASB , треугольники SFE и SFM равны, откуда треугольник FEM равнобедренный с основанием EM .

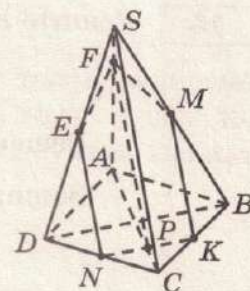
Площадь пятиугольника $FENKM$ равна

$$S_{ENKM} + S_{FEM} = NK \cdot EN + \frac{1}{2} NK \cdot (PF - EN) = NK \left(\frac{1}{2} CS + \frac{3}{8} CS - \frac{1}{4} CS \right) = \frac{5}{8} NK \cdot CS.$$

Так как $NK = \frac{\sqrt{2}}{2} AB = 2\sqrt{2}$ и $CS = \sqrt{AS^2 + AC^2} = \sqrt{18 + 32} = 5\sqrt{2}$, то

$$S_{FENKM} = \frac{5}{8} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2} = 12,5.$$

Ответ: б) 12,5.



Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i>	3
Получен обоснованный ответ в пункте <i>b</i> ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , и при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , ИЛИ при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

15 Решите неравенство $\frac{\log_3(3-x) - \log_3(3x+2)}{\log_3^2 x^2 + 2\log_3 x^4 + 4} \geq 0$.

Решение.

Запишем исходное неравенство в виде:

$$\frac{\log_3(3-x) - \log_3(3x+2)}{\log_3^2 x^2 + 4\log_3 x^2 + 4} \geq 0; \quad \frac{\log_3(3-x) - \log_3(3x+2)}{(\log_3 x^2 + 2)^2} \geq 0.$$

Значение знаменателя $(\log_3 x^2 + 2)^2$ не определено при $x = 0$, равно нулю при $x = -\frac{1}{3}$ и при $x = \frac{1}{3}$ и положительно при других значениях x .

При $x \neq -\frac{1}{3}$, $x \neq 0$ и $x \neq \frac{1}{3}$ неравенство принимает вид:

$$\log_3(3-x) - \log_3(3x+2) \geq 0; \quad \log_3(3x+2) \leq \log_3(3-x); \quad 0 < 3x+2 \leq 3-x,$$

откуда $-\frac{2}{3} < x \leq \frac{1}{4}$. Учитывая условия $x \neq -\frac{1}{3}$, $x \neq 0$ и $x \neq \frac{1}{3}$, получаем:

$$-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3}; \quad -\frac{1}{3} < x < 0; \quad 0 < x \leq \frac{1}{4}.$$

Ответ: $\left(-\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right); \left(-\frac{1}{3}; 0\right); \left(0; \frac{1}{4}\right]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки $\frac{1}{4}$, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

- 16** В июне 2028 года Ольга планирует взять кредит в банке N на 4 года в размере 3,6 млн рублей. Условия его возврата таковы:
- в январе 2029 и 2030 годов долг увеличивается на $r\%$ от суммы долга на конец предыдущего года;
 - в январе 2031 и 2032 годов долг увеличивается на 18% от суммы долга на конец предыдущего года;
 - в период с февраля по июнь каждого года действия кредита необходимо выплатить часть долга;
 - в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
 - к июлю 2032 года кредит должен быть полностью погашен.
- Ольге предложили взять кредит в банке G на таких же условиях, но только в первые два года долг будет увеличиваться на 18% , а в последующие два года — на $r\%$. Найдите r , если общая сумма выплат по кредиту в банке G больше суммы выплат в банке N на 162 тыс. рублей.

Решение.

По условию долг перед банком N (в тыс. рублей) с июля 2028 года по июль 2032 года должен уменьшаться следующим образом:

$$3600; 2700; 1800; 900; 0.$$

На конец января каждого года действия кредита долг возрастает: в 2029 и 2030 годах — на $r\%$, а в 2031 и 2032 годах — на 18% .

$$\text{Обозначим } k = 1 + \frac{r}{100}.$$

Значит, последовательность размеров долга перед банком N (в тыс. рублей) на конец января каждого года действия кредита будет следующей:

$$3600k; 2700k; 1800 \cdot 1,18; 900 \cdot 1,18.$$

Следовательно, выплаты (в тыс. рублей) банку N должны быть следующими:

$$3600k - 2700; 2700k - 1800; 1800 \cdot 1,18 - 900; 900 \cdot 1,18.$$

Аналогично, выплаты (в тыс. рублей) банку G должны быть следующими:

$$3600 \cdot 1,18 - 2700; 2700 \cdot 1,18 - 1800; 1800k - 900; 900k.$$

Получили:

$$3600 \cdot (1,18 - k) + 2700 \cdot (1,18 - k) + 1800 \cdot (k - 1,18) + 900 \cdot (k - 1,18) = 162;$$

$$(1,18 - k)(3600 + 2700 - 1800 - 900) = 162;$$

$$1,18 - k = 162 : 3600, \text{ откуда } k = 1,135.$$

Значит, $r = 13,5$.

Ответ: 13,5.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

- 17 На стороне BC ромба $ABCD$ отметили точку E так, что $BE : EC = 1 : 4$. Через точку E перпендикулярно BC провели прямую, которая пересекает диагонали BD и AC в точках R и M соответственно, при этом $BR : RD = 1 : 3$.

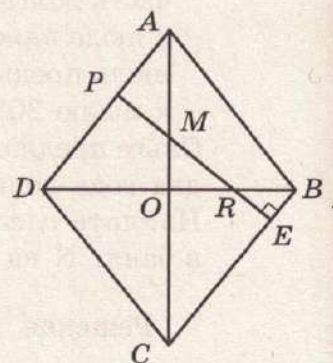
- а) Докажите, что точка M делит отрезок AC в отношении $2 : 1$, считая от вершины C .
 б) Найдите периметр ромба $ABCD$, если $MR = 2\sqrt{3}$.

Решение.

а) Пусть диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке O , прямая EM пересекает сторону AD в точке P . Обозначим $BE = y$, $EC = 4y$, $BR = x$, $DR = 3x$.

Из подобия треугольников BER и DPR следует, что $\frac{BE}{PD} = \frac{BR}{RD} = \frac{1}{3}$, значит, $PD = 3y$, $AP = AD - PD = 5y - 3y = 2y$.

Из подобия треугольников APM и CEM следует, что $\frac{CM}{AM} = \frac{EC}{AP} = \frac{4y}{2y} = \frac{2}{1}$.



б) Из подобия треугольников BRE и BCO следует, что $\frac{BE}{BO} = \frac{BR}{BC}$, $\frac{y}{2x} = \frac{x}{5y}$, откуда $\frac{y}{x} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$.

Из подобия треугольников RBE , RMO , PDR следует, что $\angle RBE = \angle RMO = \angle PDR$. Пусть $\angle RBE = \angle RMO = \angle PDR = \alpha$. Из треугольника BRE находим, что $\cos \alpha = \frac{BE}{BR} = \frac{y}{x} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$. Тогда $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$.

Из треугольника MOR находим: $\sin \alpha = \frac{OR}{MR}$, $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{x}{2\sqrt{3}}$, $x = \frac{6}{\sqrt{5}}$.

Тогда $y = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \cdot x = \frac{6\sqrt{2}}{5}$.

Таким образом, $AD = 6\sqrt{2}$, $P_{ABCD} = 4 \cdot 6\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$.

Ответ: б) $24\sqrt{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a и обоснованно получен верный ответ в пункте b	3
Получен обоснованный ответ в пункте b ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{8-2x-x^2}+2+a=a|x|$$

имеет ровно один корень.

Решение.

Запишем исходное уравнение в виде:

$$\sqrt{8-2x-x^2}=a|x|-a-2.$$

Решение этого уравнения совпадает с множеством точек пересечения графиков функций $f(x)=\sqrt{8-2x-x^2}$ и $g(x)=a|x|-a-2$.

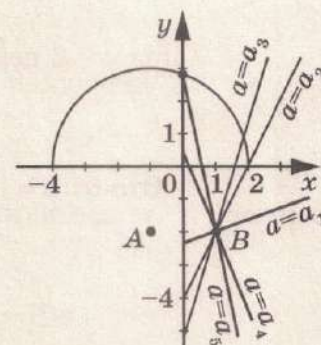
График функции $f(x)=\sqrt{8-2x-x^2}$ — часть окружности $(x+1)^2+y^2=9$, удовлетворяющая условию $y \geq 0$ и проходящая через точки $(-4; 0)$, $(0; 2\sqrt{2})$, $(2; 0)$.

График функции $g(x)=a|x|-a-2$ при каждом значении a — совокупность двух множеств: g_1 — часть прямой $y=ax-a-2$ при $x \geq 0$ и g_2 — часть прямой $y=-ax-a-2$ при $x < 0$.

Заметим, что все прямые $y=ax-a-2$ проходят через точку $B(1; -2)$, а все прямые $y=-ax-a-2$ — через точку $A(-1; -2)$.

При $x \geq 0$ получаем:

- при $0 \leq a < a_2$ графики функций $f(x)$ и $g(x)$ не имеют общих точек, где a_2 — значение a , при котором луч проходит через точку $(2; 0)$, например, при $a = a_1$;
- при $a \geq a_2$ графики функций $f(x)$ и $g(x)$ пересекаются в одной точке например, при $a = a_3$;



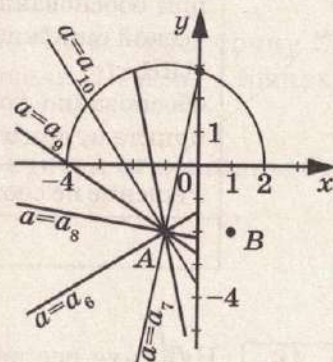
- при $a_5 < a < 0$ графики функций $f(x)$ и $g(x)$ не имеют общих точек, где a_5 — значение a , при котором луч проходит через точку $(0; 2\sqrt{2})$, например, при $a = a_4$;
- при $a \leq a_5$ графики функций $f(x)$ и $g(x)$ пересекаются в одной точке.

При любом значении a луч проходит через точку $B(1; -2)$, поэтому: $a_2 = 2 : 1 = 2$, $a_5 = -(2\sqrt{2} + 2) : 1 = -2 - 2\sqrt{2}$.

Значит, при $x \geq 0$ графики функций $f(x)$ и $g(x)$ пересекаются в одной точке при $a \in (-\infty; -2 - 2\sqrt{2}] \cup [2; +\infty)$.

При $x < 0$ получаем:

- при $a_7 \leq a \leq 0$ графики функций $f(x)$ и $g(x)$ не имеют общих точек, где a_7 — значение a , при котором луч проходит через точку $(0; 2\sqrt{2})$, например, при $a = a_6$;
- при $a < a_7$ графики функций $f(x)$ и $g(x)$ пересекаются в одной точке;
- при $0 < a < a_9$ графики функций $f(x)$ и $g(x)$ не имеют общих точек, где a_9 — значение a , при котором луч проходит через точку $(-4; 0)$, например, при $a = a_8$;
- при $a \geq a_9$ графики функций $f(x)$ и $g(x)$ пересекаются в одной точке, например, при $a = a_{10}$.



При любом значении a луч проходит через точку $A(-1; -2)$, поэтому: $a_7 = -(2\sqrt{2} + 2) : 1 = -2 - 2\sqrt{2}$, $a_9 = 2 : 3 = \frac{2}{3}$.

Значит, при $x < 0$ графики функций $f(x)$ и $g(x)$ пересекаются в одной точке при $a \in (-\infty; -2 - 2\sqrt{2}) \cup [\frac{2}{3}; +\infty)$.

Таким образом, графики функций $f(x)$ и $g(x)$:

- при $a < -2 - 2\sqrt{2}$ пересекаются в двух точках,
- при $a = -2 - 2\sqrt{2}$ пересекаются в одной точке,
- при $-2 - 2\sqrt{2} < a < \frac{2}{3}$ не пересекаются,
- при $\frac{2}{3} \leq a < 2$ пересекаются в одной точке,
- при $a \geq 2$ пересекаются в двух точках.

Ответ: $a = -2 - 2\sqrt{2}; \frac{2}{3} \leq a < 2$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого только включением точки $a = 2$	3
С помощью верного рассуждения получен промежуток $\left[\frac{2}{3}; 2\right)$ множества значений a , возможно, с исключением точки $a = \frac{2}{3}$ и/или включением точки $a = 2$ ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения дуги окружности и прямых (аналитически или графически)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

19

Даны два набора чисел: в первом наборе каждое число равно 150, а во втором — каждое число равно 50. Среднее арифметическое всех чисел двух наборов равно 78.

- Каждое число первого набора уменьшили на натуральное число n . Может ли среднее арифметическое всех чисел двух наборов быть равно 71?
- Каждое число первого набора уменьшили на натуральное число m . Может ли среднее арифметическое всех чисел двух наборов быть равно 70?
- Каждое число одного набора увеличили на натуральное число k , одновременно уменьшив на k каждое число другого набора, при условии, что все числа остались положительными. Какие целые значения может принимать среднее арифметическое всех чисел двух наборов?

Решение.

а) Да, например, в первом наборе 7 чисел, во втором — 18 чисел. Тогда среднее арифметическое всех чисел было равно $\frac{150 \cdot 7 + 50 \cdot 18}{7 + 18} = 78$. Если $n = 25$, то среднее арифметическое всех чисел будет равно $\frac{125 \cdot 7 + 50 \cdot 18}{7 + 18} = 71$.

б) Пусть в первом наборе p чисел, а во втором d чисел. Тогда получаем:

$$\frac{150p + 50d}{p + d} = 78; 150p + 50d = 78p + 78d, \text{ откуда } 18p = 7d.$$

Предположим, что каждое число первого набора уменьшили на m , и среднее арифметическое всех чисел стало равно 70. Получим:

$$\frac{(150 - m)p + 50d}{p + d} = 70; 150p - mp + 50d = 70p + 70d,$$

откуда $(80 - m)p = 20d$.

Зная, что $18p = 7d$, имеем: $m = 80 - 20 \cdot \frac{18}{7}$. Получили, что m — не натуральное число.

Значит, среднее арифметическое всех чисел двух наборов не может быть равно 70.

в) Если каждое число одного набора увеличить на натуральное число k , одновременно уменьшив на k каждое число другого набора (при условии, что все числа остались положительными), то среднее арифметическое F всех чисел двух наборов будет равно:

$$F = \frac{(150 - \tilde{k})p + (50 + \tilde{k})d}{p + d}, \text{ где } |\tilde{k}| = k \text{ и } -49 \leq \tilde{k} \leq 149$$

(при $\tilde{k} > 0$ уменьшаем числа первого набора, а при $\tilde{k} < 0$ — второго).

Используя равенство $18p = 7d$, полученное в пункте б), имеем:

$$F = \frac{150 - \tilde{k} + (50 + \tilde{k}) \cdot \frac{18}{7}}{\frac{25}{7}} = 78 + \frac{11}{25} \tilde{k}.$$

Среднее арифметическое всех чисел F может принимать натуральные значения только при $|\tilde{k}| = 25h$, где $h \in \mathbb{N}$. Учитывая, что $-49 \leq \tilde{k} \leq 149$, получаем, что $\tilde{k} \in \{-25; 25; 50; 75; 100; 125\}$, а $F \in \{67; 89; 100; 111; 122; 133\}$.

Ответ: а) да; б) нет; в) 67, 89, 100, 111, 122, 133.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а, б и в	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в и обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Вариант 11

13 а) Решите уравнение $2\sin^2 x - 3\cos(-x) - 3 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2 - 2\cos^2 x - 3\cos x - 3 = 0; 2\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0; (\cos x + 1)(2\cos x + 1) = 0.$$

Значит, $\cos x = -1$, откуда $x = \pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, или $\cos x = -\frac{1}{2}$, откуда $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$,

$n \in \mathbb{Z}$, или $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$.

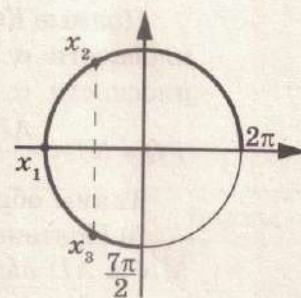
б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

Получаем:

$$x_1 = 2\pi + \pi = 3\pi;$$

$$x_2 = 3\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{8\pi}{3};$$

$$x_3 = 3\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{10\pi}{3}.$$



Ответ: а) $\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; -\frac{2\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z};$

б) $\frac{8\pi}{3}; 3\pi; \frac{10\pi}{3}.$

Замечание. Отбор корней может быть обоснован и любым другим способом: с помощью графика, решением линейных неравенств и т. п.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

14

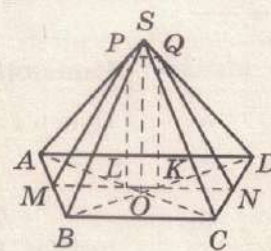
В основании пирамиды $SABCD$ лежит трапеция $ABCD$ с большим основанием AD . Диагонали трапеции пересекаются в точке O . Точки M и N — середины боковых сторон AB и CD соответственно. Плоскость α проходит через точки M и N параллельно прямой SO .

- а) Докажите, что сечение пирамиды $SABCD$ плоскостью α является трапецией.
 б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью α , если $AD = 9$, $BC = 7$, $SO = 6$, а прямая SO перпендикулярна прямой AD .

Решение.

а) Пусть плоскость α пересекает прямые SA , SD , BD и AC в точках P , Q , K и L соответственно.

Отрезок MN — средняя линия трапеции $ABCD$, значит, он параллелен её основанию AD . Значит, плоскость α параллельна прямой AD и пересекает плоскость SAD по прямой, параллельной MN . Плоскость α , параллельная прямой SO , пересекает ребро AS в точке P , а ребро DS — в точке Q . Значит, сечением пирамиды $SABCD$ плоскостью α является многоугольник $MPQN$, у которого стороны MN и PQ параллельны.



Прямые KQ и PL параллельны прямой SO , поскольку являются прямыми пересечений плоскости α с плоскостями BSD и ASC , содержащими прямую SO , параллельную плоскости α . Следовательно, четырёхугольник $PQKL$ — параллелограмм, а значит, $PQ = KL = \frac{AD - BC}{2} < MN$ (точки K и L — середины диагоналей BD и AC соответственно).

Таким образом, многоугольник $MPQN$ — трапеция.

б) Прямая SO перпендикулярна прямой AD , прямые PL и SO параллельны, прямые MN и AD параллельны, значит, отрезок PL перпендикулярен отрезку MN и является высотой трапеции $MPQN$.

В трапеции $ABCD$:

$$AO:OC = AD:BC = 9:7; AO = \frac{9}{16}AC, AL = \frac{AC}{2}; AL:AO = \frac{AC}{2} : \frac{9AC}{16} = \frac{8}{9}.$$

Рассмотрим плоскость ASC . Прямые SO и PL параллельны, значит,

$$\frac{PL}{SO} = \frac{AL}{AO} = \frac{8}{9}; PL = \frac{8}{9}SO = \frac{16}{3}.$$

Площадь трапеции $MPQN$ равна

$$\frac{1}{2}(MN + PQ) \cdot PL = \frac{1}{2} \left(\frac{AD + BC}{2} + \frac{AD - BC}{2} \right) \cdot PL = \frac{AD}{2} \cdot PL = \frac{9}{2} \cdot \frac{16}{3} = 24.$$

Ответ: б) 24.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i>	3
Получен обоснованный ответ в пункте <i>b</i> ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , и при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , ИЛИ при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

15 Решите неравенство $4^x + \frac{112}{4^x - 32} \leq 0$.

Решение.

Пусть $t = 4^x$, тогда неравенство примет вид:

$$t + \frac{112}{t - 32} \leq 0; \frac{t^2 - 32t + 112}{t - 32} \leq 0; \frac{(t - 4)(t - 28)}{t - 32} \leq 0,$$

откуда $t \leq 4$; $28 \leq t < 32$.

При $t \leq 4$ получим: $4^x \leq 4$, откуда $x \leq 1$.

При $28 \leq t < 32$ получим: $28 \leq 4^x < 32$, откуда $\log_4 28 \leq x < 2,5$.
Решение исходного неравенства: $x \leq 1$; $\log_4 28 \leq x < 2,5$.

Ответ: $(-\infty; 1] \cup [\log_4 28; 2,5)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек 1 и/или $\log_4 28$, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

16 В июле 2027 года планируется взять кредит на три года в размере 1200 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2028 и 2029 годах должны быть равными;
- к июлю 2030 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что платёж в 2030 году составит 673,2 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж 2028 года?

Решение.

Пусть платежи в 2028 и 2029 годах составят по x тыс. рублей.

В январе 2028 года долг (в тыс. рублей) будет равен 1320, а в июле равен $1320 - x$. В январе 2029 года долг будет равен $1452 - 1,1x$, а в июле равен $1452 - 2,1x$. В январе 2030 года долг будет равен $1597,2 - 2,31x$.

По условию, к июлю 2030 года долг должен быть выплачен полностью, значит, платёж в 2030 году должен быть равен $(1597,2 - 2,31x)$ тыс. рублей. Получаем:

$$1597,2 - 2,31x = 673,2; \quad 2,31x = 924,$$

откуда $x = 400$.

Платёж в 2028 году должен быть равен 400 тыс. рублей.

Ответ: 400 тыс. рублей.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2