

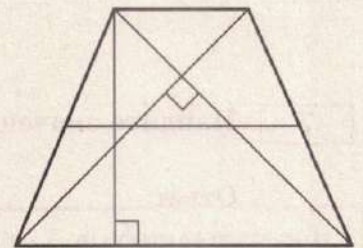
ВАРИАНТ 10

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

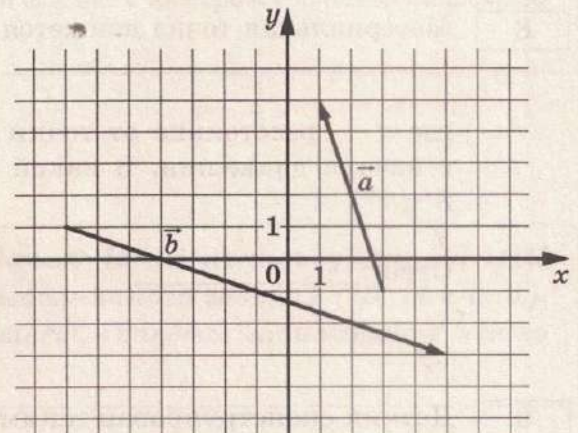
- 1 В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 48. Найдите её среднюю линию.

Ответ: _____.



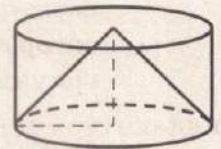
- 2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ: _____.



- 3 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности конуса равна $12\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Ответ: _____.



- 4 Конкурс исполнителей проводится в 4 дня. Всего заявлено 25 выступлений: по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 13 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление исполнителя из России состоится в последний день конкурса?

Ответ: _____.

- 5 Ваня бросил игральный кубик, и у него выпало больше 2 очков. Петя бросил игральный кубик, и у него выпало меньше 5 очков. Найдите вероятность того, что у Пети выпало очков меньше, чем у Вани.

Ответ: _____.

- 6 Решите уравнение $\sqrt{3x+22} = 2-x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $0,75^{\frac{1}{4}} \cdot 4^{\frac{1}{2}} \cdot 12^{\frac{3}{4}}$.

Ответ: _____.

- 8 Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = -t^3 + 6t + 10,$$

где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, прошедшее с начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 3 м/с?

Ответ: _____.

- 9 Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 120^\circ/\text{с}$, фаза $\varphi = 45^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

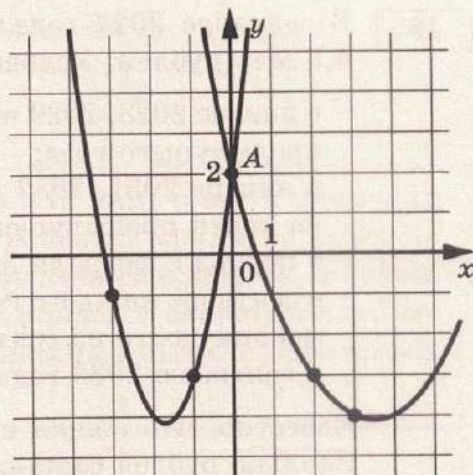
Ответ: _____.

- 10 Имеется два сосуда. Первый содержит 50 кг, а второй — 10 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 40 % кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 52 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = 2x^2 + 7x + 2$, которые пересекаются в точках $A(0; 2)$ и $B(x_B; y_B)$. Найдите x_B .

Ответ: _____.



- 12 Найдите точку максимума функции $y = 1,5x^2 - 27x + 54\ln x - 7$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $\log_4^2(\cos 2x) = \log_{\frac{1}{16}}(\cos 2x)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

- 14 Основанием четырёхугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является прямоугольная трапеция $ABCD$, в которой $\angle BAD = 90^\circ$, а основания AB и CD соответственно равны c и b .

- а) Докажите, что если $c = 2b$, то объёмы многогранников, на которые призму $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ делит плоскость CDA_1 , относятся как $5 : 4$.
 б) Объёмы многогранников $DA_1 D_1 C B_1 C_1$ и $ADA_1 BCB_1$, на которые призму $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ делит плоскость CDA_1 , соответственно равны 50 и 40. Найдите высоту призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, если $CD = 3$, а $AD = 2$.

- 15 Решите неравенство $4^{9|x| - 4x^2} \cdot 9^{4|x|} \geq 1$.

16 В сентябре 2027 года Мария планирует взять кредит в банке на 6 лет в размере 4,5 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- в январе 2028, 2029 и 2030 годов долг увеличивается на $r\%$ от суммы долга на конец предыдущего года;
- в январе 2031, 2032 и 2033 годов долг увеличивается на $(r - 3)\%$ от суммы долга на конец предыдущего года;
- в период с февраля по август необходимо выплатить часть долга;
- в сентябре каждого года действия кредита долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на сентябрь предыдущего года;
- к сентябрю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.

Известно, что общая сумма выплат по кредиту должна составить 7,2 млн рублей. Сколько рублей составит выплата 2032 года?

17 В равнобедренной трапеции $ABCD$ боковая сторона AB равна a , а основание $AD = c$ больше основания $BC = b$. Построена окружность, касающаяся сторон AB , CD и AD .

- а) Докажите, что если окружность не пересекает сторону BC , то $b + c < 2a$.
- б) Найдите длину той части средней линии трапеции $ABCD$, которая находится внутри окружности, если $c = 12$, $b = 6$, $a = 10$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|x-1|+|x+1|-4)^2 + (|y-1|+|y+1|-2)^2 = 4, \\ ay = x + 5 \end{cases}$$

имеет одно или два решения.

19 Дано четырёхзначное число $\overline{abcd}$, где a , b , c и d — соответственно цифры разрядов тысяч, сотен, десятков и единиц, причём $a \neq 0$.

- а) Может ли произведение $a \cdot b \cdot c \cdot d$ быть больше суммы $a + b + c + d$ в 5 раз?
- б) Цифры a , b , c и d попарно различны. Сколько существует различных чисел $\overline{abcd}$ таких, что $a \cdot b \cdot c \cdot d > a + b + c + d$?
- в) Известно, что $a \cdot b \cdot c \cdot d = k(a + b + c + d)$, где k — двузначное число. При каком наибольшем значении $\overline{abcd}$ число k будет наибольшим?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.