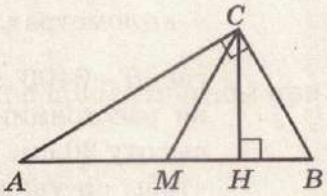
ВАРИАНТ 27

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Острый угол B прямоугольного треугольника равен 50°. Найдите угол между высотой CH и медианой CM, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

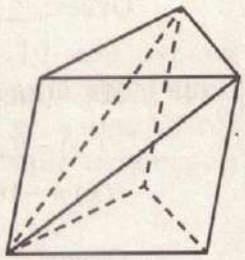


Ответ:_____.

2 Даны векторы $\vec{a}(4;\ y_a)$ и $\vec{b}(x_b;\ 0)$, косинус угла между которыми равен $\frac{2}{\sqrt{5}}$. Найдите y_a. Если таких значений несколько, в ответ запишите бóльшее из них.

Ответ:_____.

3 От треугольной призмы, объём которой равен 120, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через сторону одного основания и противоположную вершину другого основания. Найдите объём оставшейся части.



Ответ:_____.

4 Перед началом первого тура чемпионата по шашкам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвуют 26 шашистов, среди которых 3 спортсмена из России, в том числе Василий Лукин. Найдите вероятность того, что в первом туре Василий Лукин будет играть с каким-либо шашистом из России.

Ответ:_____.

5 Игральный кубик бросают дважды. Известно, что в сумме выпало 6 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало 2 очка.

Ответ:_____.

6 Найдите корень уравнения $\log_9 3^{2x+9} = 2$.

Ответ:_____.

© 2024. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2024. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

7 Найдите значение выражения $\dfrac{a^{5,96}\cdot a^{2,4}}{a^{5,36}}$ при $a = 6$.

Ответ:_____.

8 Прямая $y = 5x + 11$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 4x^2 + 9x + 11$. Найдите абсциссу точки касания.

Ответ:_____.

9 Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землёй, выраженное в километрах, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\dfrac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 24 км. К пляжу ведёт лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 32 км?

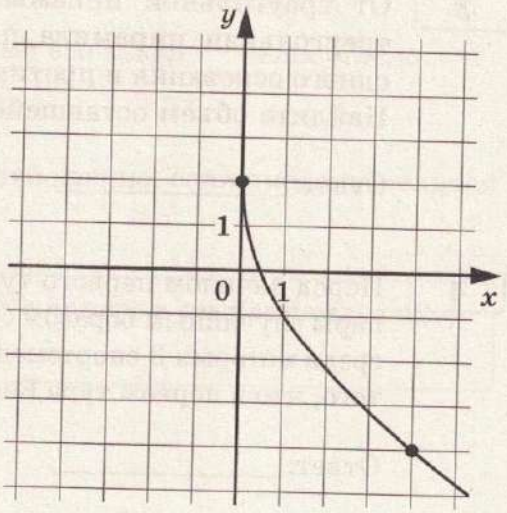
Ответ:_____.

10 Первый садовый насос перекачивает 8 литров воды за 4 минуты, второй насос перекачивает тот же объём воды за 6 минут. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 60 литров воды?

Ответ:_____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = k\sqrt{x} + p$. Найдите значение x, при котором $f(x) = -10$.

Ответ:_____.



12 Найдите точку максимума функции $y = \ln(x+25)^{11} - 11x + 5$.

Ответ:_____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

© 2024. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2024. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $5\sin x - 4\sin^3 x = 2\sin 2x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

14 Основание пирамиды $SABC$ — прямоугольный треугольник ABC с прямым углом при вершине C. Высота пирамиды проходит через точку B.

а) Докажите, что середина ребра SA равноудалена от вершин B и C.

б) Найдите угол между плоскостью SBC и прямой, проходящей через середины рёбер BC и SA, если известно, что $BS = AC$.

15 Решите неравенство $\log_2^2(x^4) - 4\log_{0,25}(x^2) \geq 12$.

16 Производство x тыс. единиц продукции обходится в $q = 2x^2 + 5x + 10$ млн рублей в год. При цене p тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет $px - q$. При каком наименьшем значении p через 12 лет суммарная прибыль может составить не менее 744 млн рублей при некотором значении x?

17 Точки A_1, B_1, C_1 — середины сторон соответственно BC, AC и AB остроугольного треугольника ABC.

а) Докажите, что окружности, описанные около треугольников A_1CB_1, A_1BC_1 и B_1AC_1, пересекаются в одной точке.

б) Известно, что $AB = AC = 13$ и $BC = 10$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, вершины которого — центры окружностей, описанных около треугольников A_1CB_1, A_1BC_1 и B_1AC_1.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x-2a+2)^2 + (y+a-2)^2 = a + \frac{5}{2}, \\ x + y = 1 - a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

© 2024. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2024. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

19 Для действительного числа x обозначим через $[x]$ наибольшее целое число, не превосходящее x. Например, $\left[\frac{11}{4}\right]=2$, так как $2\le\frac{11}{4}<3$.

а) Существует ли такое натуральное число n, что $\left[\frac{n}{2}\right]+\left[\frac{n}{4}\right]+\left[\frac{n}{7}\right]=n$?

б) Существует ли такое натуральное число n, что $\left[\frac{n}{2}\right]+\left[\frac{n}{3}\right]+\left[\frac{n}{4}\right]=n+2$?

в) Сколько существует различных натуральных n, для которых $\left[\frac{n}{2}\right]+\left[\frac{n}{3}\right]+\left[\frac{n}{9}\right]+\left[\frac{n}{17}\right]=n+1945$?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

© 2024. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2024. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается