

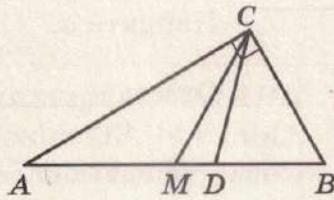
## ВАРИАНТ 28

### Часть 1

*Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

- 1 Угол между биссектрисой  $CD$  и медианой  $CM$ , проведёнными из вершины прямого угла  $C$  треугольника  $ABC$ , равен  $10^\circ$ . Найдите меньший угол этого треугольника. Ответ дайте в градусах.

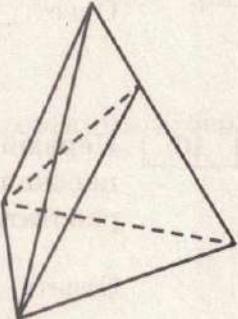
Ответ: \_\_\_\_\_.



- 2 Даны векторы  $\vec{a}(x_a; -2)$  и  $\vec{b}(0; y_b)$ , косинус угла между которыми равен  $-\sqrt{0,2}$ . Найдите  $x_a$ . Если таких значений несколько, в ответ запишите меньшее из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Объём треугольной пирамиды равен 14. Плоскость проходит через сторону основания этой пирамиды и пересекает противоположное боковое ребро в точке, делящей его в отношении  $2 : 5$ , считая от вершины пирамиды. Найдите больший из объёмов пирамид, на которые плоскость разбивает исходную пирамиду.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Перед началом первого тура чемпионата по шахматам участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвуют 16 шахматистов, среди которых 4 спортсмена из России, в том числе Фёдор Волков. Найдите вероятность того, что в первом туре Фёдор Волков будет играть с каким-либо шахматистом из России.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Игральный кубик бросили один или несколько раз. Оказалось, что сумма всех выпавших очков равна 3. Какова вероятность того, что было сделано два броска? Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6** Найдите корень уравнения  $\log_4 2^{5x+7} = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7** Найдите значение выражения  $\frac{a^{3,33}}{a^{2,11} \cdot a^{2,22}}$  при  $a = \frac{2}{7}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**8** Прямая  $y = 9x + 6$  является касательной к графику функции  $y = ax^2 - 19x + 13$ . Найдите  $a$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**9** Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте  $h$  м над землёй, выраженное в километрах, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 24 км?

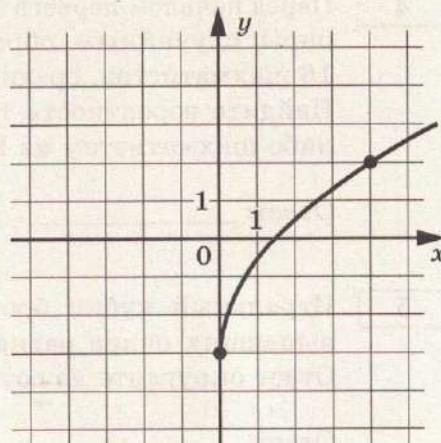
Ответ: \_\_\_\_\_.

**10** Первый садовый насос перекачивает 10 литров воды за 5 минут, второй насос перекачивает тот же объём воды за 7 минут. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 72 литра воды?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** На рисунке изображён график функции  $f(x) = p\sqrt{x} + d$ . Найдите  $f(25)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 12** Найдите наибольшее значение функции  $y = 2x^2 - 12x + 8 \ln x - 5$  на отрезке  $\left[\frac{12}{13}; \frac{14}{13}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.*

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

## Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 13** а) Решите уравнение  $7\cos x - 4\cos^3 x = 2\sqrt{3} \sin 2x$ .  
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-4\pi; -3\pi]$ .

- 14** Основание пирамиды  $SABC$  — прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом при вершине  $C$ . Высота пирамиды проходит через точку  $B$ .  
 а) Докажите, что середина ребра  $SA$  равноудалена от вершин  $B$  и  $C$ .  
 б) Найдите угол между плоскостью  $SBC$  и прямой, проходящей через середины рёбер  $BC$  и  $SA$ , если известно, что  $BS = 2AC$ .

- 15** Решите неравенство  $\log_5^2(x^4) - 28\log_{0,04}(x^2) \leq 8$ .

- 16** Производство  $x$  тыс. единиц продукции обходится в  $q = 3x^2 + 6x + 13$  млн рублей в год. При цене  $p$  тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет  $px - q$ . При каком наименьшем значении  $p$  через пять лет суммарная прибыль может составить не менее 70 млн рублей при некотором значении  $x$ ?

- 17** Точки  $A_1, B_1, C_1$  — середины сторон соответственно  $BC, AC$  и  $AB$  остроугольного треугольника  $ABC$ .  
 а) Докажите, что окружности, описанные около треугольников  $A_1CB_1, A_1BC_1$  и  $B_1AC_1$ , пересекаются в одной точке.  
 б) Известно, что  $AB = AC = 17$  и  $BC = 16$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, вершины которого — центры окружностей, описанных около треугольников  $A_1CB_1, A_1BC_1$  и  $B_1AC_1$ .

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x-a+3)^2 + (y+a-2)^2 = a + \frac{7}{2}, \\ x-y = a-1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

**19** Для действительного числа  $x$  обозначим через  $[x]$  наибольшее целое число, не превосходящее  $x$ . Например,  $\left[\frac{11}{4}\right] = 2$ , так как  $2 \leq \frac{11}{4} < 3$ .

- a) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $\left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{n}{3}\right] + \left[\frac{n}{9}\right] = n$ ?
- b) Существует ли такое натуральное число  $n$ , что  $\left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{n}{3}\right] + \left[\frac{n}{5}\right] = n+2$ ?
- в) Сколько существует различных натуральных  $n$ , для которых  $\left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{n}{3}\right] + \left[\frac{n}{8}\right] + \left[\frac{n}{23}\right] = n+2021$ ?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.