

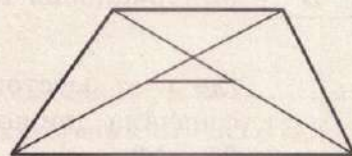
ВАРИАНТ 9

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

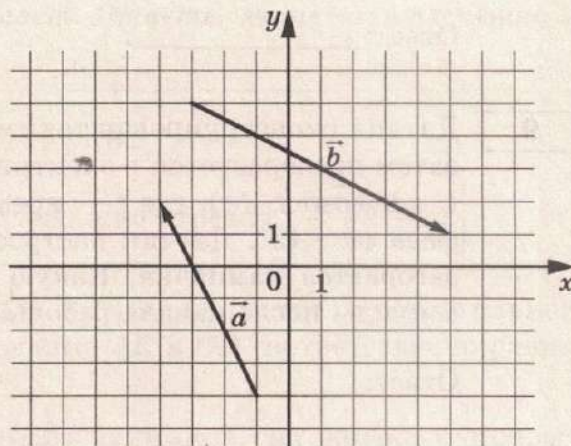
- 1 Основания трапеции равны 29 и 44. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.

Ответ: _____.



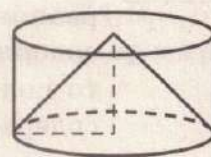
- 2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите $\cos \alpha$, где α — угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ: _____.



- 3 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $6\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

Ответ: _____.



- 4 Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов: первые три дня по 11 докладов, остальные распределены поровну между четвёртым и пятым днями. На конференции планируется доклад профессора М. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Ответ: _____.

- 5 Ваня бросил игральный кубик, и у него выпало больше 2 очков. Петя бросил игральный кубик, и у него выпало меньше 6 очков. Найдите вероятность того, что у Пети выпало очков больше, чем у Вани.

Ответ: _____.

- 6 Решите уравнение $\sqrt{3-2x} = 2x+3$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{\left(2^{\frac{4}{7}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{21}}{10^{12}}$.

Ответ: _____.

- 8 Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = t^2 + 7t + 13,$$

где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, прошедшее с начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 25 м/с?

Ответ: _____.

- 9 Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 120^\circ/\text{с}$, фаза $\varphi = -45^\circ$. Датчик настроен так, что если напряжение в нём не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

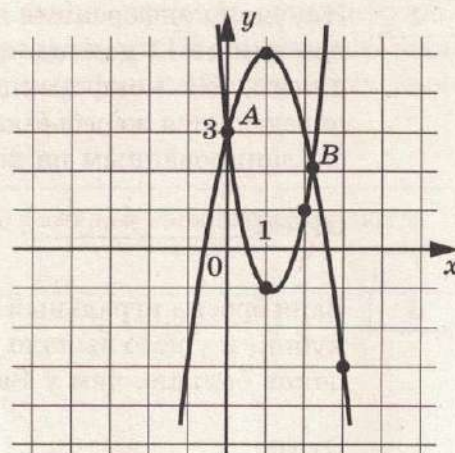
Ответ: _____.

- 10 Имеется два сосуда. Первый содержит 60 кг, а второй — 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 76 % кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 82 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = -2x^2 + 4x + 3$, которые пересекаются в точках $A(0; 3)$ и $B(x_B; y_B)$. Найдите y_B .

Ответ: _____.



- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = 2x^2 - 5x + \ln x - 3$ на отрезке $\left[\frac{1}{6}; \frac{7}{6}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение $4\log_2^2(\sin x) - 3\log_{0,5}(\sin^2 x) + 2 = 0$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.
- 14 Основанием четырёхугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является прямоугольная трапеция $ABCD$, в которой $\angle BAD = 90^\circ$, а основания AB и CD соответственно равны c и b .
а) Докажите, что если $c = 4b$, то объёмы многогранников, на которые призму $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ делит плоскость CDA_1 , относятся как $3 : 2$.
б) Объёмы многогранников $DA_1 D_1 CB_1 C_1$ и $ADA_1 BCB_1$, на которые призму $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ делит плоскость CDA_1 , соответственно равны 30 и 20. Найдите высоту призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, если $CD = 5$, а $AD = 4$.
- 15 Решите неравенство $6^{2x^2 - 5|x|} \cdot 5^{3|x|} \leq 1$.
- 16 В сентябре 2027 года Михаил планирует взять кредит в банке на 6 лет в размере 1500 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:
– в январе 2028, 2029 и 2030 годов долг увеличивается на $r\%$ от суммы долга на конец предыдущего года;
– в январе 2031, 2032 и 2033 годов долг увеличивается на $(r + 3)\%$ от суммы долга на конец предыдущего года;
– в период с февраля по август необходимо выплатить часть долга;
– в сентябре каждого года действия кредита долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на сентябрь предыдущего года;
– к сентябрю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.
Найдите r , если общая сумма выплат по кредиту должна составить 2175 тыс. рублей.

- 17 В равнобедренной трапеции $ABCD$ боковая сторона AB равна a , а основание $AD = c$ больше основания $BC = b$. Построена окружность, касающаяся сторон AB , CD и AD .
- а) Докажите, что если $b + c > 2a$, то окружность пересекает сторону BC в двух точках.
б) Найдите длину той части отрезка BC , которая находится внутри окружности, если $c = 12$, $b = 10$, $a = 8$.

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{15 - 2x - x^2} = 3a|x| + a - 3ax - x$$

имеет ровно один корень.

- 19 Дано четырёхзначное число $\overline{abcd}$, где a , b , c и d — соответственно цифры разрядов тысяч, сотен, десятков и единиц, причём $a \neq 0$.

- а) Может ли произведение $a \cdot b \cdot c \cdot d$ быть больше суммы $a + b + c + d$ в 3 раза?
б) Цифры a , b , c и d попарно различны. Сколько существует различных чисел $\overline{abcd}$ таких, что $a \cdot b \cdot c \cdot d < a + b + c + d$?
в) Известно, что $a \cdot b \cdot c \cdot d = k(a + b + c + d)$, где k — двузначное число. При каком наименьшем значении $\overline{abcd}$ число k будет наибольшим?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.