

Наибольший общий делитель.

Число **12** имеет делители 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Число **54** имеет делители 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54.

Мы видим, что числа **12** и **54** имеют общие делители **1, 2, 3, 6**.

Наибольшим общим делителем чисел 12 и 54 является число 6.

Наибольший общий делитель чисел a и b обозначают: **НОД(a , b)**.

Например, пишут НОД(12, 54)=6

Рассмотрим примеры нахождения наибольшего общего делителя.

Пример 1. Найти НОД(180, 336).

Разложим числа 180 и 336 на простые множители:

180	<u>2</u>	336	<u>2</u>	Итак, $180 = \underline{1} * \underline{2} * \underline{2} * \underline{3} * 3 * 5$
90	<u>2</u>	168	<u>2</u>	$336 = \underline{1} * \underline{2} * \underline{2} * 2 * 2 * \underline{3} * 7$
45	<u>3</u>	84	2	
15	3	42	2	
5	5	21	<u>3</u>	
1		7	7	
		1		

В разложении чисел 180 и 336 подчеркнуты все их общие делители, поэтому $\text{НОД}(180, 336) = 2 * 2 * 3 = \underline{12}$.

Пример 2. Найти НОД(56, 45).

Разложим числа 56 и 45 на простые множители:

56	2	45	3	$56 = \underline{1} * 2 * 2 * 2 * 7$
28	2	15	3	$45 = \underline{1} * 3 * 3 * 5$
14	2	5	5	НОД(56, 45) = 1
7	7	1		
1				

Числа, не имеющие общих простых делителей, называют **взаимно простыми числами**.

Наибольший общий делитель взаимно простых чисел равен 1.

Например, числа 56 и 45 взаимно простые: $\text{НОД}(56, 45) = 1$

Упражнения:

1. Какие из чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 14, 15, 17, 31, 32, 33 являются простыми, а какие — составными?
2. Является ли данное разложение на множители разложением на простые множители:
1) $120 = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$; 2) $567 = 7 \cdot 9^2$; 3) $180 = 3 \cdot 6 \cdot 10$?
3. Найдите все делители чисел 45 и 60. Найдите все общие делители чисел 45 и 60.
4. Найдите:
а) НОД (30, 36); б) НОД (50, 45); в) НОД (42, 48);
г) НОД (120, 150); д) НОД (124, 93); е) НОД (46, 69).
5. Найдите:
а) НОД (24, 48); б) НОД (62, 31); в) НОД (132, 11);
г) НОД (256, 32); д) НОД (45, 15); е) НОД (21, 63).
6. Найдите наибольший общий делитель чисел:
1) 12 и 18; 3) 6 и 36; 5) 35 и 18;
2) 24 и 30; 4) 48 и 64; 6) 14, 21 и 28.
7. Найдите наибольший общий делитель чисел:
1) 16 и 24; 3) 10 и 15; 5) 21 и 49;
2) 15 и 60; 4) 45 и 56; 6) 12, 18 и 24.
8. Найдите наибольший общий делитель чисел:
1) 72 и 120; 2) 792 и 1 188; 3) 924 и 396; 4) 116 и 111.
9. Найдите наибольший общий делитель чисел:
1) 42 и 105; 2) 588 и 252; 3) 680 и 612.
10. Среди данных пар чисел выберите пары взаимно простых чисел:
1) 14 и 21; 3) 42 и 55; 5) 28 и 39;
2) 54 и 65; 4) 14 и 70; 6) 63 и 42.
Для пар чисел, не являющихся взаимно простыми, укажите наибольший общий делитель.
11. Запишите все правильные дроби со знаменателем 15, у которых числитель и знаменатель — взаимно простые числа.
12. Запишите все неправильные дроби с числителем 16, у которых числитель и знаменатель — взаимно простые числа.